Lösungen

11 Flächeninhalt und Rauminhalt

1

Flächeninhalt und Umfang von Rechtecken berechnen, Seite 77

1 (1) $A = a \cdot b$
(2) $A = 6\,cm \cdot 8\,cm$
(3) $A = 48\,cm^2$

(1) $u = (a + b) \cdot 2$
(2) $u = (6\,cm + 8\,cm) \cdot 2 = 14\,cm \cdot 2$
(3) $u = 28\,cm$

2

	a)	b)	c)	d)	e)
a	4,5 cm	70 cm	2,5 cm	6 cm	5 cm
b	3 cm	70 cm	12 cm	13 cm	3,2 cm
A	13,5 cm^2	4900 cm^2	30 cm^2	78 cm^2	16 cm^2
u	15 cm	280 cm	29 cm	38 cm	16,4 cm

3 $4{,}90\,m \cdot 4{,}20\,m = 20{,}58\,m^2$
Der Flächeninhalt beträgt 20,58 m^2.

4 a) $24\,m \cdot 24\,m = 576\,m^2$
Der Flächeninhalt beträgt 576 m^2.

b) $4 \cdot 24\,m = 96\,m$
Der Umfang beträgt 96 m.

1.1

	a)	b)	c)	d)
A	70 m^2	147 cm^2	200 cm^2	245 m^2
u	38 m	56 cm	66 cm	84 m

1.2 a) $A = 3{,}9\,cm^2$ b) $A = 14{,}4\,cm^2$ c) $A = 43{,}2\,cm^2$

2.1

	a)	b)	c)	d)	e)
a	6 m	4,1 cm	7,5 cm	3,5 m	1,2 cm
b	12 m	8 cm	6 cm	9 m	1,5 cm
A	72 m^2	32,8 cm^2	45 cm^2	31,5 m^2	1,8 cm^2
u	36 m	24,2 cm	27 cm	25 m	5,4 cm

3.1 Die Scheibe ist $A = 4{,}68\,m^2$ groß, die Leisten sind insgesamt $u = 8{,}80\,m$ lang.

4.1

	a)	b)	c)	d)	e)
A	324 cm^2	400 cm^2	900 cm^2	729 cm^2	1225 cm^2
u	72 cm	80 cm	120 cm	108 cm	140 cm

	f)	g)	h)	i)	j)
A	10,89 m^2	0,25 m^2	10 000 m^2	5256,25 cm^2	$68\frac{1}{16}\,m^2$
u	13,2 m	2 m	400 m	290,0 cm	33 m

4.2 a) $A = 407\,m^2$ b) $u = 81\,m$

5 Das Produkt der Seitenlängen (a und b) muss 120 cm^2 sein.
Folgende ganzzahlige Lösungen sind möglich:

a in cm	1	2	3	4	5	6	8	10
b in cm	120	60	40	30	24	20	15	12 …
Umfang in cm	242	124	86	68	58	52	46	44

2

Flächeninhalt von Dreiecken, Parallelogrammen und Trapezen berechnen, Seite 78

1 (1) $A = g \cdot h$
(2) $A = 2\,\text{cm} \cdot 1{,}5\,\text{cm}$
(3) $A = 3\,\text{cm}^2$

(1) $A = \frac{g \cdot h}{2}$
(2) $A = \frac{2\,\text{cm} \cdot 1{,}5\,\text{cm}}{2}$
(3) $A = 1{,}5\,\text{cm}^2$

2 a) $A = 90\,\text{cm}^2$ b) $g = 20\,\text{cm}$

3 a) $A = 24\,\text{cm}^2$ b) $h = 15\,\text{cm}$

4 $\frac{A = 16\,\text{cm} \cdot 4{,}8\,\text{cm}}{2}$; $A = 38{,}4\,\text{cm}^2$

5 $A = \frac{22\,\text{cm} + 8{,}4\,\text{cm}}{2} \cdot 3{,}6\,\text{cm}$; $A = 54{,}72\,\text{cm}^2$

1.1
Figur 1
a) $g = 3{,}8\,\text{cm}$
$h = 1{,}8\,\text{cm}$
b) $A = 6{,}84\,\text{cm}^2$

Figur 2
a) $g = 3{,}1\,\text{cm}$
$h = 2\,\text{cm}$
b) $A = 3{,}1\,\text{cm}^2$

2.1 a) $A = 12{,}48\,\text{cm}^2$ b) $A = 2{,}47\,\text{cm}^2$
c) $A = 323\,\text{cm}^2$ d) $A = 115{,}2\,\text{cm}^2$
e) $A = 1365\,\text{cm}^2$

3.1 a) $A = 26\,\text{cm}^2$ b) $A = 87{,}15\,\text{cm}^2$
c) $A = 28{,}06\,\text{cm}^2$ d) $A = 176{,}4\,\text{cm}^2$
e) $A = 308\,\text{cm}^2$

4.1 $A = 17{,}67\,\text{cm}^2$

6 Das Produkt der Seitenlängen von g und h muss $20\,\text{cm}^2$ sein. Folgende ganzzahlige Kombinationen sind möglich:

g in cm	1	2	4
h in cm	20	10	5

3

Volumen und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen, Seite 79

1 (1) $O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$
(2) $= 2 \cdot 10\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} + 2 \cdot 10\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm} + 2 \cdot 3\,\text{cm} \cdot 5\,\text{cm}$
(3) $= 60\,\text{cm}^2 + 100\,\text{cm}^2 + 30\,\text{cm}^2 = 190\,\text{cm}^2$

2 a) $V = 140\,\text{cm}^3$ b) $V = 120\,\text{cm}^3$ c) $V = 216\,\text{cm}^3$

3 a) $h = 5\,\text{cm}$ b) $b = 3\,\text{cm}$ c) $l = 6\,\text{cm}$

4 a) $V = 8\,\text{cm}^3$ b) $V = 27\,\text{cm}^3$ c) $V = 64\,\text{cm}^3$

5

	a)	b)	c)
$2 \cdot a \cdot b$	$12\,\text{cm}^2$	$60\,\text{cm}^2$	$80\,\text{cm}^2$
$2 \cdot a \cdot c$	$16\,\text{cm}^2$	$50\,\text{cm}^2$	$32\,\text{cm}^2$
$2 \cdot b \cdot c$	$24\,\text{cm}^2$	$60\,\text{cm}^2$	$20\,\text{cm}^2$
O	$52\,\text{cm}^2$	$170\,\text{cm}^2$	$132\,\text{cm}^2$

6

	a)	b)	c)
$6 \cdot a^2$	$6 \cdot 36\,\text{cm}^2$	$6 \cdot 25\,\text{cm}^2$	$6 \cdot 100\,\text{cm}^2$
O	$216\,\text{cm}^2$	$150\,\text{cm}^2$	$600\,\text{cm}^2$

2.1 a) $V = 189\,\text{cm}^3$ b) $V = 112\,\text{cm}^3$ c) $V = 4800\,\text{cm}^3$
d) $V = 1872\,\text{cm}^3$ e) $V = 2200\,\text{cm}^3$

3.1 a) $V = 126\,\text{cm}^3$ b) $V = 217{,}8\,\text{cm}^3$ c) $V = 6552\,\text{cm}^3$
d) $h = 6\,\text{cm}$ e) $b = 8\,\text{cm}$

4.1 a) $V = 343\,\text{cm}^3$ b) $V = 857{,}375\,\text{cm}^3$ c) $V = 2744\,\text{cm}^3$
d) $V = 15\,625\,\text{cm}^3$ e) $V = 2197\,\text{cm}^3$ f) $V = 262{,}144\,\text{cm}^3$
g) $V = 10\,648\,\text{cm}^3$ h) $V = 493\,039\,\text{cm}^3$

5.1 a) $O = 238\,\text{cm}^2$ b) $O = 292\,\text{cm}^2$ c) $O = 592\,\text{cm}^2$
d) $O = 606\,\text{cm}^2$ e) $O = 1224\,\text{cm}^2$

7 Das Produkt der Kantenlängen von a, b und c muss $64\,\text{cm}^3$ sein. Folgende ganzzahlige Lösungen sind möglich:

a in cm	1	1	2	2	4
b in cm	1	2	2	4	4
c in cm	64	32	16	8	4
O in cm³	258	196	136	112	96

7

Volumen von Prismen berechnen, Seite 80

1 (1) $G = 6\,\text{cm} \cdot 5{,}2\,\text{cm} = 31{,}2\,\text{cm}^2$
(2) $V = 31{,}2\,\text{cm}^2 \cdot 7\,\text{cm} = 218{,}4\,\text{cm}^3$

2 (1) $G = \frac{2{,}9\,\text{cm} \cdot 2\,\text{cm}}{2} = 2{,}9\,\text{cm}^2$
(2) $V = 2{,}9\,\text{cm}^2 \cdot 4\,\text{cm} = 11{,}6\,\text{cm}^3$

3 (1) $G = 2{,}2\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm} = 6{,}6\,\text{cm}^2$
(2) $V = 6{,}6\,\text{cm}^2 \cdot 4\,\text{cm} = 26{,}4\,\text{cm}^3$

4 a) (1) $G = 8{,}4\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm} = 33{,}6\,\text{cm}^2$
(2) $V = 33{,}6\,\text{cm}^2 \cdot 14\,\text{cm} = 470{,}4\,\text{cm}^3$
b) (1) $G = \frac{11{,}6\,\text{cm} \cdot 4\,\text{cm}}{2} = 23{,}2\,\text{cm}^2$
(2) $V = 23{,}2\,\text{cm}^2 \cdot 13\,\text{cm} = 301{,}6\,\text{cm}^3$

1.1 $G = 56\,\text{cm}^2$; $V = 840\,\text{cm}^3$

2.1 $G = 27\,\text{cm}^2$; $V = 216\,\text{cm}^3$

2.2 $G = 12\,\text{cm}^2$; $V = 108\,\text{cm}^3$

4.1 a) $G = 37{,}5\,\text{cm}^2$; $V = 468{,}75\,\text{cm}^3$
b) $G = 42\,\text{cm}^2$; $V = 352{,}8\,\text{cm}^3$ c) $G = 1{,}8\,\text{m}^2$; $V = 7{,}92\,\text{m}^3$

5 Das Produkt der Grundfläche G und der Körperhöhe k muss $200\,\text{cm}^3$ sein. Folgende ganzzahlige Kombinationen sind möglich:

G in cm²	1	2	4	5	8	10
k in cm	200	100	50	40	25	20

8

Sachaufgaben rund ums Haus, Seite 81

1
a) (1) $V = a \cdot b \cdot c$
(2) $= 18\,\text{m} \cdot 14\,\text{m} \cdot 2{,}5\,\text{m}$
(3) $= 630\,\text{m}^3$
(4) Das Volumen der Baugrube beträgt $630\,\text{m}^3$.

b) (1) Volumen Baugrube : Volumen Lkw
(2) $630\,\text{m}^3 : 9\,\text{m}^3$
(3) $= 70$
(4) Es sind 70 Fuhren nötig.

2 Kellerräume:
(1) $V_1 = a \cdot b \cdot c$
(2) $= 14\,\text{m} \cdot 12\,\text{m} \cdot 2\,\text{m}$
(3) $= 336\,\text{m}^3$
(4) Kellerräume: $336\,\text{m}^3$

Wohnräume:
(1) $V_2 = a \cdot b \cdot c$
(2) $= 14\,\text{m} \cdot 12\,\text{m} \cdot 5{,}6\,\text{m}$
(3) $= 940{,}8\,\text{m}^3$
(4) Wohnräume: $940{,}8\,\text{m}^3$

8

Dachräume:
(1) $V_3 = a \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot c$
(2) $= \frac{12\,m \cdot 2{,}5\,m}{2} \cdot 14\,m$
(3) $= 210\,m^3$
(4) Dachräume: $210\,m^3$

Gesamtes Haus:
(1) $V_{Gesamt} = V_1 + V_2 + V_3$
(2) $= 336\,m^3 + 940{,}8\,m^3 + 210\,m^3$
(3) $= 1486{,}8\,m^3$
(4) Umbauter Raum: $1486{,}8\,m^3$

3
a) (1) $A = a \cdot b \cdot 2$
(2) $= 15\,m \cdot 7\,m \cdot 2$
(3) $= 210\,m^2$
(4) Dachfläche: $210\,m^2$

b) (1) Dachfläche · Ziegel pro m^2
(2) $210 \cdot 12$
(3) $= 2520$
(4) Man braucht 2520 Ziegel.

Kompetenz-Test Flächeninhalt und Rauminhalt, Seite 82

1 $A = 5\,cm \cdot 2\,cm = 10\,cm^2$
$u = (5\,cm + 2\,cm) \cdot 2 = 14\,cm$

$A = 2{,}5\,cm \cdot 3{,}2\,cm = 8\,cm^2$
$u = (2{,}5\,cm + 3{,}2\,cm) \cdot 2 = 11{,}4\,cm$

$b = \frac{36\,cm^2}{4{,}5\,cm} = 8\,cm$
$u = (4{,}5\,cm + 8\,cm) \cdot 2 = 25\,cm$

2 $A = 12\,cm \cdot 3\,cm = 36\,cm^2$

$A = 4{,}1\,cm \cdot 3{,}5\,cm = 14{,}35\,cm^2$

$g = \frac{30\,cm^2}{2{,}5\,cm} = 12\,cm$

3 $A = \frac{10\,cm \cdot 4\,cm}{2} = 20\,cm^2$

$A = \frac{8{,}2\,cm \cdot 3{,}0\,cm}{2} = 12{,}3\,cm^2$

$h = \frac{16{,}2\,cm^2 \cdot 2}{5{,}4\,cm} = 6\,cm$

4 $V = 8\,cm \cdot 4\,cm \cdot 5\,cm = 160\,cm^3$

$V = 1{,}5\,m \cdot 3{,}0\,m \cdot 1{,}2\,m = 5{,}4\,m^3$

$c = \frac{3{,}6\,m^3}{1{,}2\,m \cdot 0{,}5\,m} = 6\,m$

5 $O = 5\,cm^2 \cdot 2 + 8\,cm^2 \cdot 2 + 12\,cm^2 \cdot 2$
$= 50\,cm^2$

$2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot 6\,cm \cdot 5\,cm = 60\,cm^2$
$2 \cdot a \cdot c = 2 \cdot 6\,cm \cdot 10\,cm = 120\,cm^2$
$2 \cdot b \cdot c = 2 \cdot 5\,cm \cdot 10\,cm = 100\,cm^2$
$O = 60\,cm^2 + 120\,cm^2 + 100\,cm^2 = 280\,cm^2$

$O = 2 \cdot 1{,}5\,m \cdot 0{,}5\,m + 2 \cdot 1{,}5\,m \cdot 1{,}2\,m$
$+ 2 \cdot 0{,}5\,m \cdot 1{,}2\,m$
$= 6{,}3\,m^2$

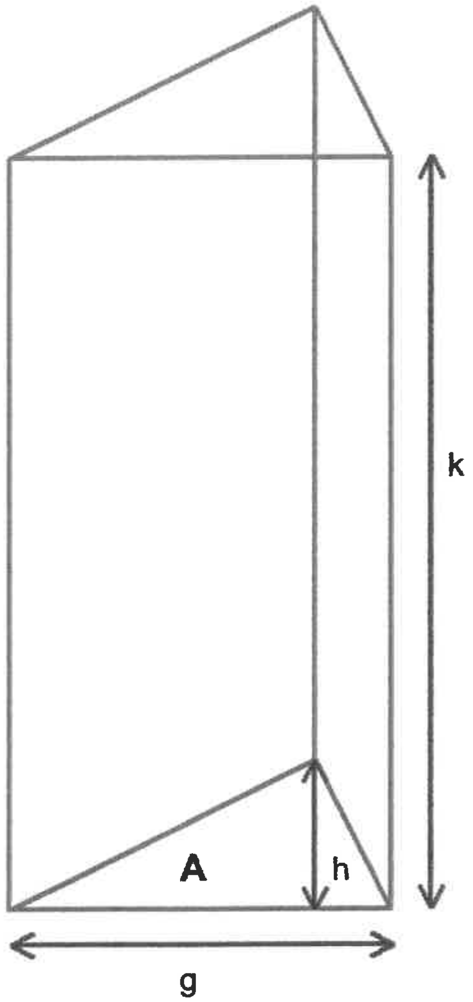
6 $V = G \cdot k = 12\,cm^2 \cdot 6\,cm = 72\,cm^3$

$V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot k = \frac{8\,cm \cdot 6\,cm}{2} \cdot 4\,cm = 96\,cm^3$

$V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot k = \frac{8\,cm \cdot 6\,cm}{2} \cdot 4\,cm = 96\,cm^3$

Volumen eines Dreiecksprismas - Lösungen

Das **Dreiecksprisma** nennt man auch „**Dreiseitges Prisma**“ oder „**Dreiecksäule**“.



h ist die Dreieckshöhe

k ist die Körperhöhe

g ist die Grundseite

A ist die Dreiecksfläche

Miss bitte folgende Strecken:

g = 5 cm

h = 2 cm

k = 10 cm

Das Volumen gerader Körper berechnet man nach der Formel

V = G · k (Volumen = Grundfläche mal Körperhöhe)

Bei einem Dreiecksprisma haben wir als Grundfläche ein Dreieck, das man nach der Formel **A** = $\frac{g \cdot h}{2}$ berechnet. Diese Formel setzen wir jetzt für **G** ein und erhalten:

$$\boxed{V = G \cdot k}$$

$$\boxed{V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot k}$$

1.) Berechne nun das Volumen des Dreiecksprismas.

$$\boxed{V = G \cdot k}$$

$$V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot k$$

$$V = \frac{5 \cdot 2}{2} \cdot 10$$

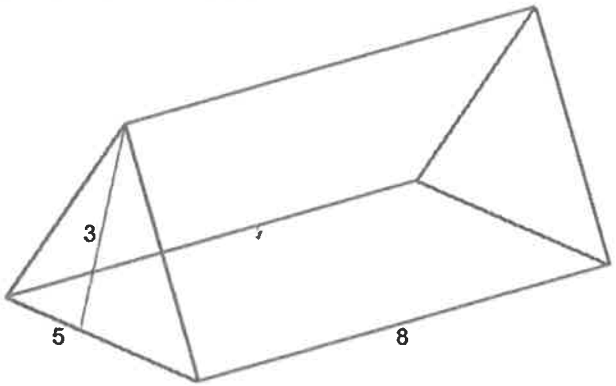
$$\underline{\underline{V = 50\ cm^3}}$$

2.) Berechne das Volumen des Dachraumes (Angaben in m).

g = 5 m

h = 3 m

k = 8 m



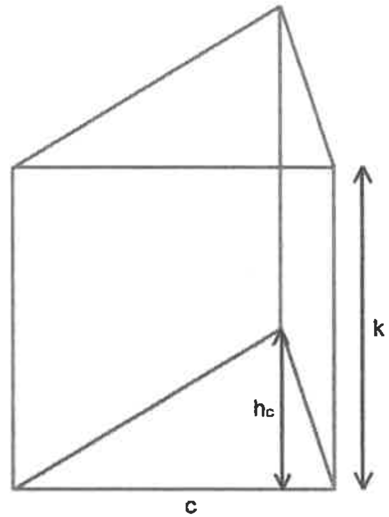
$$V = G \cdot k$$

$$V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot k$$

$$V = \frac{5 \cdot 3}{2} \cdot 8$$

$$\underline{\underline{V = 60\ m^3}}$$

3.) Eine Dreiecksäule ist 12 dm hoch. Die Grundfläche hat eine Grundseite mit c = 12 dm und einer Höhe von 6 dm.
a) Trage in die Skizze k und h_c ein.
b) Berechne das Volumen.



allgemeine Formel:

$$V = G \cdot k$$

Formel für Dreiecksprisma:

$$V = \frac{g \cdot h}{2} \cdot k$$

Zahlen einsetzen:

$$V = \frac{12 \cdot 6}{2} \cdot 12$$

$$\underline{\underline{V = 432\ m^3}}$$

<u>Die folgenden Aufgaben rechnest Du bitte in Deinem Matheheft.</u>

4.) Welches Volumen hat ein dreiseitiges Prisma mit den Maßén:

a) k = 7 cm ; b = 1 dm; h_b = 7 cm (245 cm^3)

b) c = 11 m; h_c = 8 m; k = 10 m (440 m^3)

5.) Berechne das Volumen einer 6 cm hohen Säule, deren Grundfläche ein Dreieck mit a = 12 cm und h_a = 6 cm ist.

(216 cm^3)

6

Volumen eines Trapezprismas (Trapezsäule) - Lösungen

Um das Volumen eines geraden Körpers zu berechnen, muss ich seine **Grundfläche** und seine **Körperhöhe** kennen.
Die Grundfläche muss immer **zweimal** vorhanden sein. Sie müssen **gleich groß** und **parallel** zueinander liegen.

Das Volumen gerader Körper berechnet man nach der Formel

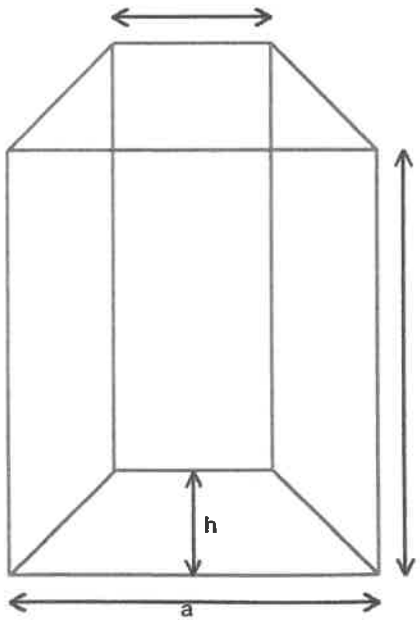
V = G · k (Volumen = Grundfläche mal Körperhöhe)

Bei einem Trapezprisma haben wir als Grundfläche ein Trapez , das man nach der Formel **A** = $\frac{(a+c)\cdot h}{2}$ berechnet. Diese Formel setzen wir jetzt für **G** ein und erhalten:

$$\boxed{V = G \cdot k}$$

$$\boxed{V = \frac{(a+c)\cdot h}{2} \cdot k}$$

Trage zuerst die Strecken a, c, h, und k in die Skizze ein



Miss jetzt die Strecken:

a = 7 cm c = 3 cm

h = 2 cm k = 8 cm

Berechne nun das Volumen des Dreiecksprismas.

allgemeine Formel:

$$V = G \cdot k$$

Formel für Trapezprisma:

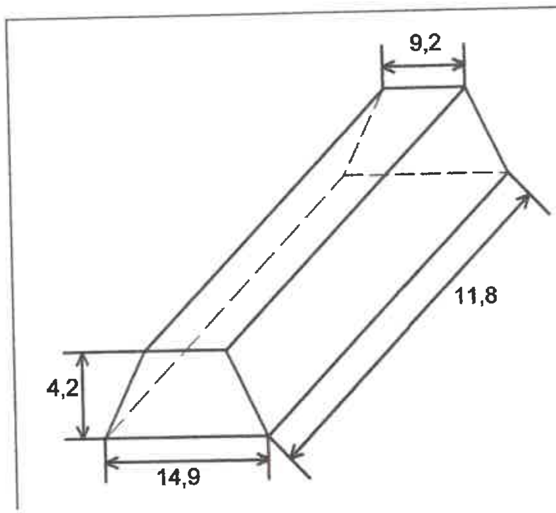
$$V = \frac{(a+c)\cdot h}{2} \cdot k$$

Zahlen einsetzen:

$$V = \frac{(7+3)\cdot 2}{2} \cdot 8$$

$$\underline{V = 80\ cm^3}$$

1.) Berechne das Volumen der abgebildeten Trapezsäule:
(Angaben in cm)



allgemeine Formel:

$$V = G \cdot k$$

Formel für Trapezprisma:

$$V = \frac{(a+c)\cdot h}{2} \cdot k$$

Zahlen einsetzen:

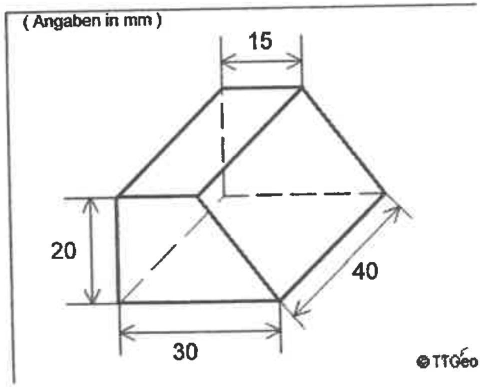
$$V = \frac{(14{,}9+9{,}2)\cdot 4{,}2}{2} \cdot 11{,}8$$

$$\underline{V = 597{,}198\ cm^3}$$

© TTGeo

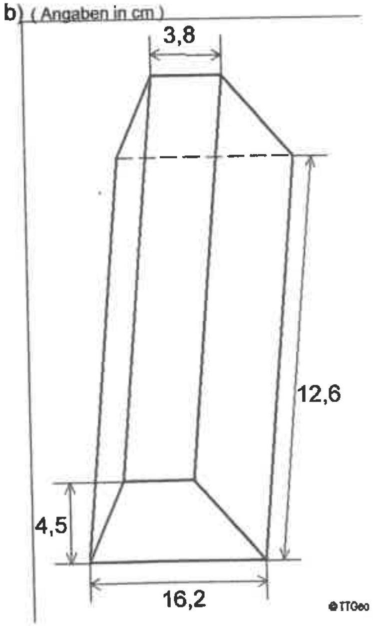
2.) Berechne in Deinem Heft das Volumen folgender Trapezsäulen:

a) (Angaben in mm)



© TTGeo

b) (Angaben in cm)



© TTGeo

a) (18000 mm³)

b) (567 cm³)